

К ЭКЗАМЕНУ ПО КОМПЬЮТЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ. ВЕСНА 2016

А.В. Степанов

Темы эссе

- (1) Аффинные пространства. Классификация. Барицентрические и сбалансированные линейные комбинации.
План ответа. Определение, отождествление аффинного пространства с базовой точкой и линейного пространства. Сбалансированные и барицентрические линейные комбинации, выпуклая оболочка. Аффинные преобразования.
- (2) Прямые и плоскости в \mathbb{R}^3 .
План ответа. Вывод различных уравнений прямой и плоскости в \mathbb{R}^3 , переход от одного вида уравнения к другому, нахождение точки пересечения. Ортогональная проекция точки на плоскость, расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение точек относительно плоскости (когда точки лежат по одну или по разные стороны от плоскости: выбираем точку C на плоскости и нормальный вектор n этой плоскости; точки A и B лежат по одну сторону от плоскости $\iff n \cdot \overline{CA}$ и $n \cdot \overline{CB}$ одного знака).
- (3) Координаты и замена координат в векторном пространстве.
План ответа. Что такое “координаты вектора в базисе”, матрица перехода от одного базиса к другому формула и основное свойство, изменение координат при замене базиса.
- (4) Матрица линейного оператора.
План ответа. Основное свойство и формула для нахождения матрицы оператора. Изменение матрицы оператора при замене базиса. Пример: оператор поворота.
- (5) Евклидовы пространства.
План ответа. Определение. Ортогонализация Грама–Шмидта. Классификация. Матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
- (6) Собственные числа и вектора.
План ответа. Определение. Характеристический многочлен, независимость от выбора базиса. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным числам.
- (7) Ортогональные преобразования.
План ответа. Ортогональные и самосопряженные операторы, их матрицы в ортонормированном базисе, собственные числа и вектора самосопряженного оператора. Диагонализация самосопряженного оператора.
- (8) Билинейные и квадратичные формы.
План ответа. Определения. Симметричные билинейные формы, симметризация. Поляризация квадратичной формы, матрица билинейной и квадратичной формы. Связь симметричных билинейных форм и самосопряженных операторов. Изменение матрицы оператора и матрицы билинейной формы при замене базиса.

- (9) Кривые второго порядка.
План ответа. Определения, канонические уравнения. Общий вид уравнения кривой второго порядка, план приведения к каноническому виду аффинным преобразованием, не меняющим расстояний.
- (10) Поверхности второго порядка.
План ответа. Общий вид уравнения поверхности второго порядка. Классификация и канонические уравнения. План приведения к каноническому виду аффинным преобразованием.
- (11) Проективные пространства.
План ответа. Определение проективного пространства, однородные координаты, открытое аффинное покрытие. Разложение проективного пространства в дизъюнктное объединение.
- (12) Сплайны.
План ответа. Аппроксимация функции сплайном, количество условий для сплайна n -ой степени, различные виды условий. Аппроксимация кривых: многочлены Берштейна, кривые Безье.