Типы простых задач к экзамену по алгебре ФКТИ, 2-й семестр

Лектор – А.В.Степанов

2009

1. Являются ли данные столбцы линейно независимыми (системой образующих, базисом) в $\mathbb{R}^n$ (3 или 4 столбца в $\mathbb{R}^4$ или $\mathbb{R}^3$).
2. Найти матрицу перехода от одного базиса к другому (в $\mathbb{R}^2$).
3. Укажите какой-нибудь базис ядра матричного оператора 3×3.
4. Укажите какой-нибудь базис образа матричного оператора 3×3 или базис линейной оболочки столбцов.
5. Дан столбец высоты 2 и некоторый базис в R^2. Найти координаты столбца в этом базисе.
6. Заданы два вектора в размерности 4. Требуется переделать второй так, чтобы новая пара была бы ортогональной, а линейные оболочки пар совпадали.
7. Заданы два вектора в плоскости, разложить второй в сумму ортогональных векторов, один из которых параллелен первому.
8. Дан столбец высоты 3 и *ортогональный* базис в R^3. Найти координаты столбца в этом базисе.
9. Дана матрица 2×2 некоторого оператора в стандартном базисе. Найти его матрицу в заданом базисе.
10. Найти матрицу оператора поворота (осевой симметрии относительно координатной оси, проекции на координатную ось и т.п.) в стандартном базисе R^3.
11. Найти матрицу оператора, если известно выражение образов базисных векторов через сами базисные вектора или обратная задача.
12. Найти собственные числа и векторы матрицы 2×2.
13. Задана матрица 3×3, проверить, является ли заданное число ее собственным числом. Если да, то найти соответствующие ему собственные векторы.
14. Задана матрица 3×3 и столбец высоты 3. Проверить, является ли он собственным вектором. Если да, то какому собственному числу он соответствует?
15. Даны 2 вектора в R^3. Известно, что они являются собственными векторами симметричной матрицы, все собственные числа которой различны. Найти третий собственный вектор этой матрицы.
16. Может ли данный многочлен быть характеристическим многочленом симметричной матрицы?
17. Могут ли данные 2 столбца быть собственными векторами симметричной матрицы?
18. Выписать матрицу данной квадратичной формы в R^2 и привести ее к диагональному виду методом Лагранжа (т.е. произвольным линейным преобразованием координат).
19. Привести квадратичную форму в $\mathbb{R}^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием.