

Вопросы к экзамену по алгебраической геометрии

весна 2017. Лектор – А.В.Степанов

1. Аффинные многообразия.
(над замкнутым полем. Аффинное пространство, алгебраические множества, топология Зарисского. Замена точек на максимальные идеалы, категория аффинных многообразий, ее антиэквивалентность категории к.п. редуцированных K -алгебр. [4], гл.2, а-е)
2. Аффинные K -схемы (функториальный подход)
(категория K -множеств(= K -функторов), Лемма Йонеда, функтор из категории многообразий в категорию K -множеств. [2], ch.1, 1.1-1.3).
3. Замкнутые и открытые подфункторы. Открытое покрытие.
([2], ch.1, 1.4, 1.5, 1.7).
4. Локальные K -множества, K -схемы.
([2], ch.1, 1.8, 1.9).
5. Пучок на топологическом пространстве. Спектр кольца, как локально окольцованное пространство.
([3]: 1.3-2.3, 2.5 и вокруг, без подробностей)
6. Спектр – сопряженный к функтору глобальных сечений.
([1], ch.1, § 1, 2.1 Spectral Existence Theorem)
7. Пример: Грассманиан.
(Определение как \mathbb{Z} -множества, открытое аффинное покрытие. Проективное пространство, однородные координаты. [1], ch.1, § 1, 3.4, 3.9, 3.13).
8. Функтор геометрической реализации и сопряженный с ним. Теорема сравнения.
(Доказательство того, что они сопряжены. Формулировка без д-ва: на подкатегориях схем указанные выше функторы квази-обратны. [1], ch.1, § 1, 3.4, 4.4 Comparison theorem).
9. Касательное пространство и касательный конус.
(Наивное определение для алгебраического множества, определение для схемы (или многообразия), доказательство эквивалентности этих определений. [4], 4 a-g)
10. Размерность и особые точки.
(Наивное определение для алгебраического множества. Размерность аффинной схемы, размерность в точке, особые точки, сингулярный локус. [4], 2 m, 3 m, 4 h-i)
11. Топологии Гротендика. Ситус и топос.
(Определение, примеры. Можно даже по википедии)
12. Этальные морфизмы.
(Наивное определение для алгебраического множества. Определение через касательные конусы и как плоский неразветвленный конечного типа. [4] 5 n-o; [5] ch.1, § 2 до стр.21)
13. Примеры и свойства этальных морфизмов
([5] ch.1, § 2 начиная со стр.22)

Список литературы

- [1] M. Demazure, P. Gabriel Introduction to algebraic geometry and algebraic groups. North-Holland Publishing Company, 1980
- [2] J. C. Jantzen Representations of algebraic groups. AMS, 2003
- [3] А. Ю. Лузгарев Лекции по алгебраической геометрии. <http://mahalex.net>
- [4] J. S. Milne Algebraic geometry. <http://www.jmilne.org>
- [5] J. S. Milne Lectures on étale cohomology. <http://www.jmilne.org>