Форма «Т». Титульный лист заявки в Российский научный фонд

Конкурс 2017 года «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами»

Название проекта **Расщепимые редуктивные группы над кольцами и близкие к ним**	Номер проекта	**17-11-01261**
	Код типа проекта: **ОНК(2)**	
	Отрасль знания: **01**	
	Основной код классификатора: **01-102** Дополнительные коды классификатора: **01-106 01-107**	
	Код ГРНТИ **27.17.17**	
Фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя проекта: **Степанов Алексей Владимирович**	Контактные телефон и e-mail руководителя проекта: **+7 9217542854, stepanov239@gmail.com**	
Полное и сокращенное наименование организации, через которую должно осуществляться финансирование проекта: **федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет"** **СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет**		
Объем финансирования проекта в 2017 г. **5000** тыс. руб.	Год начала проекта: **2017**	Год окончания проекта: **2019**
Фамилии, имена, отчества (при наличии) основных исполнителей *(полностью)*	**Смоленский Андрей Вадимович** **Вавилов Николай Александрович** **Щеголев Александр Вячеславович** *(руководитель проекта в данной графе не указывается)*	
Гарантирую, что при подготовке заявки не были нарушены авторские и иные права третьих лиц и/или имеется согласие правообладателей на представление в Фонд материалов и их использование Фондом для проведения экспертизы и для обнародования (в виде аннотаций заявок).		
Подпись руководителя проекта _____**/А.В.Степанов/** Подпись руководителя организации _____/_____/ Печать организации	Дата регистрации заявки **13 декабря 2016 г.**	

Форма 1. Сведения о проекте

1.1. Название проекта

на русском языке

Расщепимые редуктивные группы над кольцами и близкие к ним

на английском языке

Split reductive groups over rings and their relatives

1.2. Приоритетное направление развития науки, технологий и техники в Российской Федерации, критическая технология:

Указывается согласно перечню (Указ Президента Российской Федерации от 7 июля 2011 года №899) в случае, если тематика проекта может быть отнесена к одному из приоритетных направлений, а также внести вклад в развитие критических технологий Российской Федерации.

1.3. Ключевые слова *(приводится не более 15 терминов)*

на русском языке

группы Шевалле, расщепимые редуктивные группы, коммутационные формулы, нормальное строение, центральность K_2, обобщенные унитарные группы.

на английском языке

Chevalley groups, split reductive groups, commutator formulas, normal structure, centrality of K_2, generalized unitary groups.

1.4. Аннотация проекта *(объемом не более 2 стр.; в том числе кратко – актуальность и научная новизна)*

Данная информация может быть опубликована на сайте Фонда в информационно-коммуникационной сети «Интернет».

на русском языке

Аффинная алгебраическая группа G - это представимый функтор из категории K-алгебр в категорию групп. Их изучению в случае, когда K - поле или, в большей общности, коммутативное кольцо, посвящены тысячи работ. В частности, активно изучаются нормальное строение группы G(K), ее образующие и соотношения, автоморфизмы или отображения, удовлетворяющие более слабым условиям (linear preservers), структура подгрупп, низшая нестабильная K-теория и другие вопросы.

В различных областях алгебры и топологии возникают группы, заданные сравениями, а не уравнениями, такие как обобщенные унитарные группы Бака и Петрова, сетевые группы, а также нормализаторы некоторых подгрупп, порожденных унипотентыми элементами. Для каждой из них индивидуально изучаются проблемы, перечисленные выше, причем техника во многом аналогична технике работы с расщепимыми редуктивными группами над кольцами. В последнее время выяснилось, что такие группы также можно рассматривать, как представимые функторы, но вместо категории колец надо брать другую категорию, например, форменных колец или сетей идеалов.

Настоящий проект посвящен изучению структурной теории групп G(R), где G - представимый групповой функтор из некоторой категории, близкой к категории K-алгебр, а R - объект этой категории. Мы собираемся единообразно доказать
большинство результатов о коммутационных формулах и нормальном строении G(R), а также изучать структуру подгрупп, отображения таких групп и низшую K-теорию. Наряду с этим мы продолжим изучение изотропных редуктивных групп.
В частности, изучение подгрупп, нормализуемых некоторым множеством унипотентов, опирается на изучение коммутационных формул в группах, заданных сравнениями, и имеет хорошие

перспективы в рамках настоящего проекта.

Мы также планируем в общий контекст разностные алгебраические группы, в частности, обобщение групп Судзуки и Ри, а также бесконечномерные группы, например, группы Каца--Муди.

на английском языке

An affine algebraic group is a representable group valued functor on a category of K-algebras. These groups over a field or, more generally, commutative ring, were studied in thousands of papers. In particular, the normal structure of the group G(K), its generators and relations, automorphisms and linear preservers, subgroup structure, lower nonstable K-theory are extensively studied.

In different branches of algebra and topology groups defined by congruences instead of equations appear naturally. In particular, we mean generalized unitary groups of Bak and Petrov, net groups and normalizers of some groups, generated by unipotent elements.
The problems listed above were solved for each of these groups individually. Note that the methods for these groups are quite similar to those for split reductive groups. Recently it turns out that such groups can be also considered as representable functors; but instead of the category of K-algebras one takes another category like form rings, nets of ideals and the like.

The current project studies the structure theory of the groups G(R), where G is a representable group valued functor on a category that is similar to the category of K-algebras and R is an object of this category. We intend to give a uniform proof of the commutator formulas and the normal structure of such groups along with the study of subgroup lattice, linear preserves and lower K-theory
for such group functors. We consider also the isotropic reductive groups. In particular, the study of subgroups normalized by a set of unipotent elements bases the commutator formulas in certain groups, defined by congruences. Therefore, this problems have perspectives in frames of the current project.

We also plan to include to the general context the difference groups, in particular, a generalization of Ree and Suzuki groups as well as some infinite dimensional groups such as Kac--Moody groups.

1.5. Ожидаемые результаты и их значимость *(указываются ожидаемые результаты и их научная и общественная значимость (оценка соответствия запланированных результатов мировому уровню исследований, возможность практического использования запланированных результатов проекта в экономике и социальной сфере))*

Данная информация может быть опубликована на сайте Фонда в информационно-коммуникационной сети «Интернет».

на русском языке

В рамках проекта мы собираемся получить следующие результаты.

1. Дать аксиоматическое определение представимых групповых функторов, близких по своим свойствам к расщепимым редуктивным аффинным группам, и доказать на основании аксиом коммутационные формулы, включая обобщение нильпотентной структуры K_1, и стандартность нормального строения получающихся групп.
2. Доказать, что обобщенные унитарные группы Бака и Петрова, сетевые (ковровые) группы, а также некоторые другие естественным образом возникающие линейные группы над кольцами удовлетворяют этому определению.
3. Доказать стандартность решетки подгрупп группы Шевалле над кольцом, содержащих некоторую достаточно большую подгруппу в различных ситуациях.
4. Построить структурную теорию разностно-алгебраических групп, близких к группам Судзуки и

Ри.
5. Включить в общий контекст бесконечномерные группы, в первую очередь группы Каца-Муди и аффинные группы Кремона.
6. Закончить доказательство центральности расширения St(Φ,R)\to E(Φ,R), доказать гомотопическую инвариантность функтора K_2(Φ,-).
7. Классифицировать биекции унипотентного радикала борелевской подгруппы группы Шевалле в себя, сохраняющие операцию коммутирования.

Все запланированные результаты являются новыми, обобщают и уточняют огромное количество предшествующих результатов в этой области, а также дают единообразные доказательства многих предшествующих результатов. Эти результаты находятся на переднем крае мировой науки и несомненно найдут дальнейшие применения в теории алгебраических групп над кольцами, алгебраической K-теории и других областях математики.

на английском языке

In frames of the project we intend to obtain the following results.

1. To give an axiomatic definition of a representable group valued functor similar to a split reductive group and to prove that the axioms imply all commutator formulas, including a generalization of the nilpotent structure of K_1 and the standard normal structure of these groups.
2. To prove that the generalized unitary groups of Bak and Petrov and the net groups as well as some other natural linear groups over rings satisfy this definition.
3. To describe the lattice of subgroups of a Chevalley group over a ring, containing a sufficiently big subgroup in various situations.
4. To develop a general theory of difference-algebraic groups generalizing Ree and Suzuki groups.
5. To include infinite dimensional groups such as Kac-Moody groups and affine Cremona groups to the general context.
6. To finish the proof of the centrality of the extension St(Φ,R)\to E(Φ,R) and to prove the homotopy invariance of the functor K_2(Φ,-).
7. To classify bijections of the Borel subgroup unipotent radical of a Chevalley group onto itself that preserve the operation of commuting.

All results described above are new, generalize and improve a number of previous results in the area, and give a uniform proofs for many of the previous results. They are world class results and definitely can be applied in the theory of algebraic groups
over rings, algebraic K-theory, and other branches of mathematics.

1.6. В состав научного коллектива будут входить:

Несоответствие состава научного коллектива (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы) требованиям пункта 12 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

6 исполнителей проекта (включая руководителя),

Вне зависимости от того, в трудовых или гражданско-правовых отношениях исполнители состоят с организацией.

в том числе:

4 исполнителя в возрасте до 39 лет,

из них:

1 очных аспирантов, адъюнктов, интернов, ординаторов, студентов.

1.7. Планируемый состав научного коллектива с указанием фамилий, имен, отчеств (при наличии) членов коллектива, их возраста на момент подачи заявки, ученых степеней, должностей и основных мест работы, формы отношений с организацией (трудовой

договор, гражданско-правовой договор) в период реализации проекта

Степанов Алексей Владимирович, 54 года, д.ф.-м.н., доцент Санкт-Петербургского государственного университета (СПбГУ), трудовой договор;
Вавилов Николай Александрович, 64 года, д.ф.-м.н., профессор СПбГУ, трудовой договор;
Смоленский Андрей Вадимович, 26 лет, к.ф.-м.н., ассистент СПбГУ, трудовой договор;
Щеголев Александр Вячеславович, 26 лет, к.ф.-м.н., ассистент СПбГУ, трудовой договор;
Лавренов Андрей Валентинович, 24 года, к.ф.-м.н., аспирант СПбГУ, трудовой договор;
Лубков Роман Алексеевич, 22 года, студент СПбГУ, гражданско-правовой договор;

1.8. Планируемый объем финансирования проекта по годам:

Несоответствие планируемого объема финансирования проекта (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы) требованиям пункта 10 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

2017 г. – 5000 тыс. рублей,
2018 г. – 5000 тыс. рублей,
2019 г. – 5000 тыс. рублей.

1.9. Научный коллектив по результатам проекта в ходе его реализации предполагает опубликовать в рецензируемых российских и зарубежных научных изданиях не менее

Приводятся данные за весь период выполнения проекта. Уменьшение количества публикаций (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы) по сравнению с порогом, установленным в п. 16.2 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

15 публикаций,
из них:
14 в изданиях, индексируемых в базах данных «Сеть науки» (Web of Science) или «Скопус» (Scopus);
8 в изданиях, учитываемых РИНЦ,
0 монографий.

1.10. Число публикаций членов научного коллектива, опубликованных в период с 1 января 2012 года до даты подачи заявки,

29, из них:
24 – опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science или в Scopus.

1.11. Планируемое участие научного коллектива в международных коллаборациях (проектах) (при наличии).

Мы планируем сотрудничество с университетами Билефельда (Германия), Пуне (Индия), Сидней (Австралия) и, возможно, другими университетами, однако на настоящий момент никаких совместных проектов нет.

Руководитель проекта подтверждает, что

- все члены научного коллектива (в том числе руководитель проекта) удовлетворяют пунктам 6, 7, 13 конкурсной документации;
- на весь период реализации проекта он будет состоять в трудовых отношениях с организацией;
- при обнародовании результатов любой научной работы, выполненной в рамках поддержанного Фондом проекта, он и его научный коллектив будут указывать на получение финансовой поддержки от Фонда и организацию, а также согласны с опубликованием Фондом аннотации и ожидаемых результатов поддержанного проекта, соответствующих отчетов о выполнении проекта, в том числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»;
- помимо гранта Фонда проект не будет иметь других источников финансирования в течение всего периода практической реализации проекта с использованием гранта Фонда;
- проект не является аналогичным по содержанию проекту, одновременно поданному на конкурсы научных фондов и иных организаций;

- проект не содержит сведений, составляющих государственную тайну или относимых к охраняемой в соответствии с законодательством Российской Федерации иной информации ограниченного доступа;
- доля членов научного коллектива в возрасте до 39 лет включительно в общей численности членов научного коллектива будет составлять не менее 50 процентов в течении всего периода практической реализации проекта;
- он будет представлять ежегодный отчет о выполнении проекта.

Подпись руководителя проекта _____/**А.В.Степанов**/

Сведения о руководителе

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)

на русском языке

Степанов Алексей Владимирович

на английском языке фамилия и инициалы

Stepanov A.

2.2. Дата рождения *(указывается цифрами – число, месяц, год)*

01.10.1962

2.3. Гражданство

РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения

В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.

Доктор физико-математических наук, 2015

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии), участие в оргкомитетах или программных комитетах известных международных конференций, иной опыт организации международных мероприятий

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)

Руководитель проекта может на момент подачи заявки не являться сотрудником организации, но, в случае победы в конкурсе, должен заключить с ней трудовой договор.

доцент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет" (СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова *(приводится не более 15 ключевых слов)*

на русском языке

группы Шевалле, K-теория, решетка подгрупп, коммутационные формулы, метод локализации, теория кодирования, криптография

на английском языке

Chevalley groups, K-theory, subgroup lattice, commutator formulas, localization methods, coding, cryptography

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда

01-106 01-216 01-102

2.9. Перечень публикаций руководителя проекта, опубликованных в период с 1 января 2012 года до даты подачи заявки, подтверждающий выполнение условия пункта 9 конкурсной документации

Достаточно привести ссылки на публикации в количестве, равном установленному в конкурсной документации порогу. Несоответствие количества публикаций (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы), приводимое в перечне и/или численно в строке ниже, требованиям пункта 9 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

на английском языке

Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

1. H.Apte, A.Stepanov, Local-global principle for congruence subgroups of Chevalley groups. Central European J. Math. 12:6 (2014), 801--812.

2. A.Stepanov, Structure of Chevalley groups over rings via universal localization. J. Algebra 450 (2016), 522–548.
3. A.V.Stepanov, Subring subgroups in Chevalley groups with doubly laced root systems. J.Algebra 362 (2012), 12–29.
4. A.V.Stepanov, Sandwich classification theorem. Int. J. Group Theory 4:3 (2015), 7–12
5. A.Stepanov, Nonabelian K-theory for Chevalley groups over rings. J. Math. Sci. (New York) 209:4 (2015), 645–656
6. A.Stepanov, Elementary calculus in Chevalley groups over rings. J. Prime Research in Math. 9 (2013), 79–95
7. N.A.Vavilov, A.V.Stepanov, Linear groups over general rings. I. Main structure theorems. J. Math. Sci. (New York) 188:5 (2013)

Перечень содержит 7 публикаций в изданиях, индексируемых в Web of Science, Scopus.

2.10. Основные научные результаты руководителя проекта за период с 1 января 2012 года
(результаты должны подтверждаться сведениями из заявки, например - публикациями)
на русском языке

Изучалась задача о решетке L подгрупп группы G(A), содержащих E(R), где G - группа Шевалле с приведенной неприводимой системой корней Φ, E - ее элементарная подгруппа, а R - подкольцо коммутативного кольца A.
В случае, если Φ имеет двойные связи, т.е. Φ=B_l,C_l,F_4, а 2 обратима в R, доказана стандартность описания решетки L. Тот же результат получен в симплектической группе при условии, что 2=0.
Если же Φ имеет простые связи (т.е. Φ=A_l,D_l,E_l), а A не является квазиалгебраическим над R, то в группе E(A) существует элемент a такой, что подгруппа, порожденная этим элементом и E(R) по модулю центра является свободным произведением <a>*E(R). В этом случае изучаемая решетка не может быть стандартной.

В группах Шевалле над кольцами с приведенной неприводимой системой корней ранга большего 1 получены следующие результаты
(1) доказан относительный локально-глобальный принцип;
(2) найдено экономое множество образующих относительной элементарной подгруппы;
(3) доказана относительная мульти-коммутационные формулы;
(4) доказана общая относительная мульти-коммутационная формула, обобщающая нильпотентная структура K_1;
(5) доказана ограниченность длин коммутаторов в любой функториальной системе образующих, причем оценка не зависит от кольца.
Эти результаты обобщают и уточняют все известные коммутационные формулы в группах Шевалле и все результаты о длине коммутаторов.

на английском языке

We study the lattice L of subgroups of G(A) containing E(R), where G is a Chevalley-Demazure group scheme with a reduced irreducible root system Φ, E is its elementary subgroup, and R is a subring of a ring A.
We prove that if Φ is doubly laced (i.e. Φ=B_l,C_l,F_4) and 2 is invertible in R, then lattice L is standard. A similar result is obtained for symplectic group provided 2=0.
If Φ is simply laced (i.e. Φ=A_l,D_l,E_l), and A is not quasi algebraic over R, then there exists an element a\in E(a) such that the subgroup, generated by a and E(R) is the free product <a>*E(R) modulo the center of G(A). It follows that in this case the lattice L cannot be standard.

In the group G(R) the following results are obtained provided that the rank of Φ is at least 2.
(1) relative local-global principle.
(2) generation of a relative elementary group by an economic set of generators.
(3) relative multi-commutator formula.
(4) general relative multi-commutator formula which generalizes the
theorem on nilpotent structure of K_1.
(5) boundedness of the width of commutators in any functorial generating set. Moreover, the bound does not depend on the ground ring.
These results generalize and improve all commutator formulas in Chevalley groups and on the width of commutators.

2.11. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 10,
из них:

10 - опубликовано в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.12. Дополнительный список публикаций руководителя проекта за последние 5 лет ***(монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))***

Пункт не является обязательным к заполнению. Могут приводиться публикации, свидетельствующие о научной квалификации и достижениях руководителя проекта, за исключением публикаций, указанных в п. 2.9 настоящей формы.

на английском языке

2.13. Опыт участия и/или руководства научными проектами ***(указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)***

РНФ 14-11-00297 (исполнитель),
РФФИ 13-01-00709-а, 2013-2015 (руководитель),
РФФИ 13-01-91150-ГФЕН_а, 2013-2014 (исполнитель),
РФФИ 13-01-92699-ИНД_а, 2013-2014 (исполнитель),
РФФИ 11-01-00811-а, 2011-2013 (исполнитель)

В том числе в проектах, финансируемых РНФ (при наличии)

Являлся или являюсь исполнителем проекта:
№ 14-11-00297, 2014-2016 гг.

2.14. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 1,
из них: руководство – 1, участие в качестве исполнителя – 0,
а именно:

этот проект

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФПИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.15. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на руководство данным

проектом в случае победы в конкурсе Фонда
50 процентов
Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.16. Предполагаемая форма трудовых отношений с организацией, через которую будет осуществляться финансирование
Организация будет являться основным местом работы: да*;*
Трудовой договор по совместительству: нет*;*
Трудовой договор о дистанционной работе: нет.

2.17. Участие в образовательной деятельности *(указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)*

"Редуктивные группы". Курс для студентов и аспирантов мат.-мех. факультета СПбГУ.

"Разложение унипотентов". Курс для студентов и аспирантов СПбГУ в лаборатории Чебышева при мат.-мех. факультете СПбГУ (совместно с Н.А.Вавиловым).

"Группы Шевалле над кольцами". Курс прочитанный для студентов и аспирантов СПбГУ. Весна 2014, лаборатория Чебышева при мат.-мех. факультете СПбГУ. Видеозапись: http://chebyshev.spb.ru/course/?id=22943

"Специальные разделы линейной алгебры", "Проективные модули и алгебраическая K-теория", "Полная линейная группа над кольцом". Курсы прочитанные для аспирантов "Abdus Salam School of Mathematical Sciences" при "Goverment College University", Лахор, Пакистан. Осень 2011, 2012, 2013. (на английском)

2.18. Почтовый адрес
194356, Санкт-Петербург, пр. Энгельса 132-2-33

2.19. Контактный телефон
+7 9217542854

2.20. Электронный адрес (E-mail)
stepanov239@gmail.com

2.21. Участие в проекте
Руководитель проекта

2.22. Файлы с дополнительной информацией *(резюме, другая дополнительная информация, которая, по мнению руководителя проекта, может быть полезна для принятия решения о целесообразности финансирования данного проекта)*
В формате pdf, до 3 Мб
на русском языке Файл, скачать
на английском языке Файл (en), скачать

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме.

Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

_____

_____

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись руководителя проекта _____/**А.В. Степанов**/

Сведения об основном исполнителе проекта

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)
на русском языке
Смоленский Андрей Вадимович
на английском языке фамилия и инициалы
Smolensky A.

2.2. Дата рождения *(указывается цифрами – число, месяц, год)*
25.06.1990

2.3. Гражданство
РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения
В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.
Кандидат физико-математических наук, 2016

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии)

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)
ассистент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет" (СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова *(приводится не более 15 ключевых слов)*
на русском языке
алгебраические группы, группы Шевалле, алгебраическая K-теория
на английском языке
algebraic groups, Chevalley groups, algebraic K-theory

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда
01-107 01-102

2.9. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 3,
из них:
3 - опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.10. Список публикаций основного исполнителя проекта за последние 5 лет *(монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))*
на английском языке
Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

Smolensky A., Sury B., Vavilov N. Gauss decomposition for Chevalley groups, revisited //International Journal of Group Theory. – 2012. – Т. 1. – №. 1. – С. 3-16.
http://www.theoryofgroups.ir/article_467_0.html

Smolensky A. Unitriangular factorization of twisted Chevalley groups //International Journal of Algebra and Computation. – 2013. – Т. 23. – №. 06. – С. 1497-1502.
DOI: 10.1142/S021819671350032X
http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S021819671350032X

Smolensky A. Products of Sylow subgroups in Suzuki and Ree groups //Communications in Algebra. – 2016. – Т. 44. – №. 10. – С. 4422-4429.
DOI: 10.1080/00927872.2015.1094479
http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00927872.2015.1094479

2.11. Опыт руководства научными проектами и участия в них ***(указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)***

РФФИ 12-01-00947-а "Эффективное порождение в группах и ширина групп в образующих" 2012–2014

РФФИ 14-01-00820 "Классы сопряженных, клетки Брюа и орбиты действия групп Шевалле" 2014–2016

РНФ 14-11-00297 "Разложение унипотентов в редуктивных группах" 2014–2016

2.12. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 1,
из них: руководство – 0, участие в качестве исполнителя – 1,
а именно:

этот проект

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФПИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.13. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на участие в данном проекте в случае победы в конкурсе Фонда

50 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.14. Участие в образовательной деятельности ***(указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)***

2.15. В 2015 или в 2016 годах участвовал в качестве руководителя проекта, финансируемого Фондом (руководителя направления комплексной научной программы организации) или исполнителя проекта, финансируемого Фондом в следующих проектах (при наличии):

Являлся или являюсь исполнителем проекта:
№ 14-11-00297, 2014-2016 гг.

2.16. Контактный телефон, электронный адрес (E-mail)

+7 9111390258, andrei.smolensky@gmail.com

2.17. Участие в проекте

Основной исполнитель проекта

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме.

Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

_____

_____

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись исполнителя проекта _____/**А.В. Смоленский**/

Сведения об основном исполнителе проекта

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)
на русском языке
Вавилов Николай Александрович
на английском языке фамилия и инициалы
Vavilov N.

2.2. Дата рождения *(указывается цифрами – число, месяц, год)*
17.09.1952

2.3. Гражданство
РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения
В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.
Доктор физико-математических наук, 1988

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии)
Премия СПбГУ 2013 года за лучшую научную работу Член правления Санкт-Петербургского Мат.Об-ва Член редколлегии 4 журналов 1) Journal of Homotopy and Related Structures журнал издательства Springer Verlag www.springer.com/mathematics/geometry/journal/40062 2) International Journal of Group Theory theoryofgroups.ir 3) Записки Научных Семинаров ПОМИ (и препринты ПОМИ) www.pdmi.ras.ru/znsl/ 4) Владикавказский Математический Журнал www.vmj.ru

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)
профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет" (СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова *(приводится не более 15 ключевых слов)*
на русском языке
алгебраические группы, группы Шевалле, классические группы, алгебраическая K-теория, теория представлений, алгебры Ли
на английском языке
Algebraic groups, Chevalley groups, classical groups, algebraic K-theory, representation theory, Lie algebras

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда
01-106 01-107 01-103 01-102

2.9. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 30,
из них:
0 - опубликовано в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.10. Список публикаций основного исполнителя проекта за последние 5 лет *(монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))*

на английском языке

Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

2.11. Опыт руководства научными проектами и участия в них *(указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)*

1. Эйлеровский проект DAAD Билефельд–Санкт-Петербург – руководитель в СПб (руководитель в Билефельде проф. Антони Бак), проект обмена студентами с 2000 года до настоящего времени.
2. Структурная теория классических и алгебраических групп. РФФИ/НАН Вьетнама 09-01-90304 – руководитель (соруководитель с Вьетнамской стороны, проф. Буй Суан Хай), 2009-2010
3. Высшие законы композиции, алгебраическая К-теория и исключительные группы. РФФИ/Министерство Науки и Технологии Индии 10-01-92651 – руководитель (СПбГУ, соруководитель с Индийской стороны, проф. Рави Рао, Тата Институт, Мумбай), 2010-2011
4. Исследование структуры форм редуктивных групп и поведения малых унипотентных элементов в представлениях алгебраических групп. РФФИ/Белорусский Республикан-ский ФФИ 10-01-90016 – руководитель (СПбГУ, соруководитель с Белорусской стороны, проф. Владислав Янчевский, Институт Математики НАН Беларуси, Минск), 2010-2011
5. Структурная теория и геометрия алгебраических групп и их приложения в теории представлений и алгебраической К-теории, Плановая тема НИР .38.74.2011, 2011-2013 годов с государственным финансированием – руководитель (СПбГУ).
6. Локализационные методы в алгебраической К-теории, теории алгебраических групп и арифметике. РФФИ-13-01-91150-ГФЕН_а руководитель в СПбГУ, руководитель с Китайской стороны проф. Цинь Хоуронг, Университет Нанкина, 2013-2015
7. Классическая алгебраическая К-теория и алгебраические группы РФФИ-13-01-92699-ИНД_а руководитель в СПбГУ, руководитель с Индийской стороны проф. Рави Рао, Тата Институт (Мумбай), 2013-2015
8. Структурная теория, классификация, геометрия, арифметика и К-теория алгебраических групп и связанных с ними структур, Плановая тема НИР 6.38.191.2014, 2014-2016 годов с государственным финансированием - руководитель (СПбГУ).
9. Структурная теория, теория представлений и геометрия алгебраических групп Гранты постдоков 2014-2016 годов 6.50.22.2014 руководитель (СПбГУ).

2.12. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 2,
из них: руководство – 0, участие в качестве исполнителя – 2,
а именно:

подана заявка в РФФИ, этот проект

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФПИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.13. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на участие в данном проекте в случае победы в конкурсе Фонда

40 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.14. Участие в образовательной деятельности ***(указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)***

Под моим руководством в 1987-2013 году защищены 14 кандидатских диссертаций, последняя Сергеем Синчуком в октябре 2013 года. В настоящее время я руковожу 4 аспирантами 2-го курса (Кирилл Баталкин, Евдоким Ковач, Андрей Смоленский, Николай Харчев).
Кроме того, я был научным консультантом 3 защищенных докторских диссертаций, еще 2 (Степанов, Петров) будут защищены в 2014 году.
Начиная с 1977 года я веду практические занятия, а начиная с 1979 читаю лекции. За это время я прочел 28 общих курсов и 64 специальных курса. Кроме математико-механического факультета СПбГУ я читал 6 полноразмерных курсов (20-36 учебных часов) в Миланском университете, по 4 курса в университете Northwestern и на летней школе в Университете Перуджи, 3 курса в Университете Падуи, по 2 курса в Университете Крита и Национальном Университете Вьетнама, и курсы в Notre Dame University, SISSA (Триест), Harbin University of Technology (96 часов), Beihang Aerospace University (Пекин), Университетах Генуи и Турина, Университете Боккони (Милан), и более короткие циклы из 4-5 лекций в большом количестве университетов, исследовательских институтов и международных школ (UIA Антверпен, ICTP Триест, Тата-Институт Мумбай (дважды), Университет Северного Мумбая, и т.д.).
Все мои последние спецкурсы являются новыми, авторскими, никогда ранее не читались в СПбГУ, и записывались на видео, вот ссылки на несколько последних из них:
1) Domino Tilings, www.lektorium.tv/course/?id=22900
2) Алгебры Клиффорда и Спинорные Группы, www.lektorium.tv/course/?id=22937
3) Исключительные Объекты в Алгебре и Геометрии, www.lektorium.tv/course/?id=22976
4) Jacobian Conjecture, www.lektorium.tv/course/?id=23053

2.15. В 2015 или в 2016 годах участвовал в качестве руководителя проекта, финансируемого Фондом (руководителя направления комплексной научной программы организации) или исполнителя проекта, финансируемого Фондом в следующих проектах (при наличии):

Являлся или являюсь руководителем проекта:
№ 14-11-00297, 2014-2016 гг.

2.16. Контактный телефон, электронный адрес (E-mail)

+7 9217745734, nikolai-vavilov@yandex.ru

2.17. Участие в проекте

Основной исполнитель проекта

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме.
Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

_____

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись исполнителя проекта _____/**Н.А. Вавилов**/

Сведения об основном исполнителе проекта

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)
на русском языке
Щеголев Александр Вячеславович
на английском языке фамилия и инициалы
Shchegolev A.

2.2. Дата рождения *(указывается цифрами – число, месяц, год)*
21.06.1990

2.3. Гражданство
РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения
В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии)

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)
ассистент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет" (СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова *(приводится не более 15 ключевых слов)*
на русском языке
классичские группы, группы Шевалле, унитарные группы, локализация, системы корней, графовые алгебры
на английском языке
classical groups, Chevalley groups, unitary groups, localization, root systems, graph algebras

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда
01-106 01-107 01-103 01-102

2.9. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 3,
из них:
1 - опубликована в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.10. Список публикаций основного исполнителя проекта за последние 5 лет *(монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))*
на английском языке
Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идетоб одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

1. Vavilov, N.A. and Shchegolev, A.V., Overgroups of Subsystem Subgroups in Exceptional Groups: Levels, Journal of Mathematical Sciences, Volume 192, Issue 2, pp 164--195, http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10958-013-1382-x, DOI: 10.1007/s10958-013-1382-x

2. A. Shchegolev, Overgroups of elementary block-diagonal subgroups in hyperbolic unitary groups over quasi-finite rings, Ph.D.Thesis, Universitaet Bielefeld 2015, https://pub.uni-bielefeld.de/publication/2769055

2.11. Опыт руководства научными проектами и участия в них *(указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)*

Мероприятие 2 СПбГУ, 6.38.74.2011, "Структурная теория и геометрия алгебраических групп и их приложения в теории представлений и алгебраической К-теории", 01.01.2011 -- 31.12.2013 (участник)

Мероприятие 1 СПбГУ, заявка, "Алгебраические группы, К-группы, триангулированные категории и конструктивная теория полей классов", 01.01.2016 -- 31.12.2018 (участник)

РФФИ, 16-51-53099 (заявка), "Вычисление К-функторов в арифметическом случае при помощи мотивных категорий и явного вычисления символов и", 22.05.2015 -- 03.07.2015 (участник)

Фонд Династия, заявка, "Изучение надгрупп блочно-диагональных подгрупп в унитарных группах и исключительных группах Шевалле", 01.01.2016 -- 31.12.2016

2.12. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 1,
из них: руководство – 0, участие в качестве исполнителя – 1,
а именно:

этот проект

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФПИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.13. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на участие в данном проекте в случае победы в конкурсе Фонда

50 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.14. Участие в образовательной деятельности *(указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)*

с 2015 года являюсь ассистентом кафедры высшей алгебры и теории чисел математико-механического факультета СПбГУ
в 2015 году участвовал в создании онлайн-курса по теории групп по заказу СПбГУ (под руководством Н. А. Вавилова)

2.15. В 2015 или в 2016 годах участвовал в качестве руководителя проекта, финансируемого Фондом (руководителя направления комплексной научной программы организации) или исполнителя проекта, финансируемого Фондом в следующих проектах (при наличии):

2.16. Контактный телефон, электронный адрес (E-mail)

+7 9500143227, iRyoka@gmail.com

2.17. Участие в проекте

Основной исполнитель проекта

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме.

Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

_____

_____

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись исполнителя проекта _____/**А.В. Щеголев**/

собираются автоматически на основе регистрационных данных организации, через которую будет осуществляться финансирование ("Форма Т")

3.1. Полное наименование (приводится в соответствии с регистрационными документами)
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет"

3.2. Сокращенное наименование
СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет

3.3. Наименование на английском языке
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Saint-Petersburg State University"

3.4. Организационно-правовая форма *(указывается по ОКОПФ)*
Федеральные государственные бюджетные учреждения

3.5. Форма собственности *(указывается по ОКФС)*
Федеральная собственность

3.6. Ведомственная принадлежность
Правительство Российской Федерации

3.7. ИНН, КПП
7801002274, 780101001

3.8. Адрес
199034, г. Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7/9

3.9. Фактический адрес
199034, г. Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7/9

3.10. Субъект Российской Федерации
г Санкт-Петербург

3.11. Должность, фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя организации
ректор, Кропачев Николай Михайлович

3.12. Контактный телефон
+78123289701

3.13. Электронный адрес *(E-mail)*
a.zheleznov@spbu.ru

Руководитель организации подтверждает, что:

- ознакомлен с условиями конкурса Фонда и согласен на финансирование проекта, в случае его поддержки, через организацию;
- согласен с пунктами 8, 14, 33 конкурсной документации, иными условиями конкурса;
- организация исполняет обязательства по уплате налогов в бюджеты всех уровней и обязательных платежей в государственные внебюджетные фонды, платежеспособна, не находится в процессе ликвидации или реорганизации, не признана несостоятельной (банкротом), на ее имущество не наложен арест и ее экономическая деятельность не приостановлена;
- в случае признания заявки победителем организация берет на себя следующие обязательства:
  - заключить с членами научного коллектива гражданско-правовые или трудовые (срочные трудовые) договоры;
    Если таковые не заключены ранее.
  - по поручению руководителя научного коллектива выплачивать членам научного

коллектива вознаграждение за выполнение работ по проекту;
- ежегодно представлять отчет о целевом использовании гранта Российского научного фонда.

Руководитель организации гарантирует:

- что общий размер ежегодного вознаграждения члена научного коллектива не будет превышать 30 процентов от суммы ежегодного вознаграждения всем членам научного коллектива;

  Включая установленные законодательством Российской Федерации гарантии, отчисления по страховым взносам на обязательное пенсионное страхование, на обязательное медицинское страхование, на обязательное социальное страхование на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством, на обязательное социальное страхование от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний.
- что общий размер ежегодного вознаграждения членов научного коллектива в возрасте до 39 лет включительно не будет меньше 35 процентов от суммы ежегодного вознаграждения всех членов научного коллектива;
- предоставление научному коллективу помещения, доступа к имеющейся экспериментальной базе для осуществления научного исследования.

Подпись руководителя организации (уполномоченного представителя, действующего на основании доверенности), **печать организации.**

В случае подписания формы уполномоченным представителем организации (в т.ч. – руководителем филиала) к печатному экземпляру заявки прилагается доверенность (копия доверенности, заверенная печатью организации).

_____/_____/

М.П.

4.1. Научная проблема, на решение которой направлен проект
на русском языке

Построение общей теории представимых групповых функторов, близких по своим свойствам к расщепимым редуктивным аффинным группам.

на английском языке

To develop a general theory of representable group valued functors that are similar to split reductive affine groups.

4.2. Актуальность проблемы для данной отрасли знаний, научная значимость решения проблемы
на русском языке

Изучению теории редуктивных групп над полями или, в большей общности, коммутативными кольцами, посвящены тысячи работ. В частности, активно изучаются нормальное строение, образующие и соотношения, автоморфизмы или отображения, удовлетворяющие более слабым условиям (linear preservers), структура подгрупп, низшая нестабильная K-теория и другие вопросы.

С другой стороны, в различных областях алгебры и топологии возникают группы, заданные сравениями, а не уравнениями, такие как обобщенные унитарные группы Бака и Петрова, сетевые группы, а также нормализаторы некоторых подгрупп, порожденных унипотентыми элементами. В работах Петрова и Ставровой начато активное исследование изотропных, но не обязательно расщепимых редуктивных групп. Активно изучаются также бесконечномерные аналоги редуктивных групп такие, как, например, группы Каца-Муди.

При этом работы про обобщенные унитарные группы, изотропные редуктивные группы и некоторые другие типы групп на уровне идей повторяют друг друга. В связи с этим аксиоматическое построение структурной теории групп, близких по свойствам к расщепимым редуктивным аффинным группам, кажется весьма своевременным и актуальным. Это позволит не только обобщить и единообразно доказать результаты нескольких десятков работ, но и лучше понять взаимосвязи между различными результатами.

Еще одним стимулом к изучению групп, заданных сравнениями, является то, что они естественно появляются при описании решетки L подгрупп редуктивной группы G(R) над кольцом R, нормализуемых некоторой (достаточно большой) группой D(R), порожденной унипотентами. Изучение решетки L было инициировано работами Боревича и Вавилова в 80-е годы в связи с изучением параболических подгрупп, подгрупп, содержащих максимальных расщепимый тор, а также обобщением результатов о максимальности подгрупп из классов Ашбахера в простых конечных группах типа Ли. В настоящий момент есть шаблон для доказательства стандартности решетки L.Одним из трех основных шагов доказательства является утверждение о том, что нормализатор N некоторой подгруппы E совпадает с транспортером из E в N. При этом N задается сравнениями, E является ``элементарной подгруппой'' в N, а утверждение следует из разрешимости группы N/E. Таким образом, изучение коммутационных формул поможет проделать этот шаг доказательства сразу для всех случаев или хотя бы свести его к рутинной проверке некоторых свойств группы N.

на английском языке

The reductive groups over a field or, more generally, commutative ring, were studied in thousands of papers. In particular,
the normal structure of the group G(K), its generators and relations, automorphisms and linear preservers, subgroup structure, lower nonstable K-theory are extensively studied.

On the other hand, in different branches of algebra and topology groups defined by congruences instead of equations appear naturally. In particular, we mean generalized unitary groups of Bak and Petrov, net groups and normalizers of some groups, generated by unipotent elements. The problems listed above were solved for each of these groups individually. Recent papers of Petrov and Stavrova attract attention to isotropic but not necessarily split reductive groups. Infinite dimensional analogs of reductive groups such as Kac-Moody groups are also extensively studied.

Note that works on generalized unitary groups, isotropic reductive groups and some other types of groups use the same set of ideas. In view of this an axiomatic way to develop the structure theory of groups that are similar to split reductive groups seems to be well-timed and relevant. Such a development will provide a generalization, uniformization of the proofs and better understanding of relations between different results.

One more motivation for the study of groups defined by congruences, is that they arise naturally in a desription of the lattice L of subgroups of a reductive group G(R) over a ring R, normalized by a given (sufficiently large) subgroup, generated by unipotents.
The study of the lattice L were initiated by Borewich and Vavilov in connection with the description of parabolic subgroups and subgroups containing a split maximal torus. There results intend to generalize some results on maximality of subgroups from Aschbacher classes in finite simple groups of Lie type.

Nowdays there is a pattern for a proof of a sandwich classification theorem for the lattice L. One of 3 main steps of the proof asserts that the normalizer N of a certain subgroup E coincides with the transporter from E to N,
and the latter follows from the fact that N/E is solvable. Moreover, N is a group defined by congruences and E is its ``elementary subgroup''. Thus, the study of commutator formualas in N reduces this step to a routine verification of certain properties of N.

4.3. Конкретная задача в рамках проблемы, на решение которой направлен проект, ее масштаб

на русском языке

В рамках проекта мы собираемся решить следующие задачи.

1. Дать аксиоматическое определение представимых групповых функторов, близких по своим свойствам к расщепимым редуктивным аффинным группам.
2. Доказать, что обобщенные унитарные группы Бака и Петрова, сетевые (ковровые) группы, а также некоторые другие естественным образом возникающие линейные группы над кольцами удовлетворяют этому определению.
3. Вывести из этого определения все коммутационные формулы, включая обобщение нильпотентной структуры K_1.
4. Найти достаточные условия для стандартности нормального строения изучаемых групп.
5. Найти достаточные условия для стандартности решетки подгрупп изучаемых групп,

содержащих достаточно большую подгруппу или нормализуемых ей.
6. Построить структурную теорию разностно-алгебраических групп, близких к группам Судзки и Ри.
7. Изучить бесконечномерные группы, похожие по своему локальному строению на изотропные редуктивные группы, в первую очередь группы Каца-Муди и аффинные группы Кремона.
8. Продолжить исследование соотношений в элементарных подгруппах изучаемых групп, в частности, исследование группы K_2^G.
9. Продолжить исследование автоморфизмов изучаемых групп и отображений, сохраняющих операцию коммутирования.

на английском языке

In frames of the project we intend to solve the following problems.

1. To give an axiomatic definition of a representable functor that is similar to a split reductive affine group.
2. To prove that the generalized unitary groups of Bak and Petrov and the net groups as well as some other natural linear groups over rings satisfy this definition.
3. To deduce from this definition all commutator formulas including a generalization of the nilpotent structure of K_1
4. To find sufficient conditions for the standardness of the normal structure of the groups under consideration.
5. To find sufficient conditions for the standardness of the lattice of subgroups of a group under consideration, containing a given (sufficiently large) subgroup or normalized by it.
6. To develop a general theory of difference-algebraic groups generalizing Ree and Suzuki groups.
7. To study infinite dimensional groups that are locally similar to isotropic reductive groups such as Kac-Moody groups and affine Cremona groups.
8. To continue the study of relations in elementary subgroups of the groups under consideration, in particular, the study of K_2^G.
9. To continue the study of automorphisms of the groups under consideration and bijections that preserve the operation of commuting.

4.4. Научная новизна поставленной задачи, обоснование достижимости решения поставленной задачи и возможности получения запланированных результатов

на русском языке

Постановка задачи о построении аксиоматической теории групп, похожих на расщепимые редуктивные группы, является новой. С другой стороны, это позволит обобщить несколько десятков результатов полученных в последние 30 лет, существенно упростив их доказательства. Кроме того, мы рассчитываем получить новые результаты о решетке подгрупп групп Шевалле и обобщенных унитарных групп, о центральности K_2^G в группе Стейнберга и об отображениях, сохраняющих операцию коммутирования.

Все участники проекта активно работают в теории алгебраических групп. Вавилов и Степанов успешно занимаются этой тематикой уже более 30 лет, молодые участники проекта уже подтвердили свою квалификацию, опубликовав результаты
мирового уровня в известных международных журналах. Возможность получения запланированных результатов обеспечивается имеющимся у коллектива заделом, как в виде опубликованных статей, так и в виде набросков, осуждавшихся на регулярном семинаре Вавилова в лаборатории Чебышева при мат.-мех. СПбГУ. Подробно имеющийся задел обсуждается в разделе 4.8.

на английском языке

The statement of the problem to develop an axiomatic theory of groups that are similar to split reductive groups is new. It solution will allow to generalize dozens of results obtained in the last 30 years and to simplify their proofs. Besides we plan to get new results on the lattice of subgroups of a Chevalley group and a generalized unitary group, on centrality of K_2 in the Steinberg group, and on bijections preserving commuting.

All researchers are experienced in the theory of algebraic groups. Vavilov and Stepanov develop the subject already for 30 years,
young team members have already prove their qualification publishing good results in a well-known international journals.
Our capability is guaranteed by a number of preliminary results in the area, both published and drafts of ideas, which have already been discussed in frames of Vavilov's seminar in the Chebyshev Lab at the Faculty of Mathematics and Mechanics of the SPbGU. In more details our preliminary results are discussed in the corresponding section.

4.5. Современное состояние исследований по данной проблеме, основные направления исследований в мировой науке
на русском языке

Нормальность элементарной подгруппы в полной линейной группе над кольцом была доказана Суслиным в связи с решением проблемы Серра. Для всех групп Шевалле нормальность была установлена Таддеи. Стандартные коммутационные формулы в полной линейной группе были получены Васерштейном и, независимо, Боревичем и Вавиловым. В дальнейшем, используя метод релятивизации Штейна, Васерштейн показал, что стандартные коммутационные формулы следуют из нормальности элементарной подгруппы над некоторым другим кольцом. Мультикоммутационная формула для полной линейной группы была получена в работе Хазрата и Джанга 2012 года, для односвязных групп Шевалле - в работе Степанова 2016 года, а для обобщенной унитарной группы Бака - в работе Хазрата, Вавилова и Джанга, которая будет опубликована в 2017 году.

Нильпотентность группы SK_1 над нетеровым почти коммутативным кольцом была получена в работе Бака. Впоследствии этот результат был перенесен на группы Шевалле и обобщенные унитарные группы в работах Вавилова и Хазрата. В самое последнее время Бак, Басу и Рао перенесли его на обобщенные унитарные группы. Обобщение этих результатов на главные конгуэнцподгруппы получен Степановым в 2016 году.

Нормальное строение полной линейной группы при условии стабильного ранга было получено Бассом в 1964 году в статье, заложившей основы алгебраической K-теории. Стандартность нормального строения полной линейной группы над любым коммутативным кольцом была впервые доказана Дж.Уилсоном и Голубчиком, чуть позже Васерштейн и Боревич-Вавилов предложили два других простых доказательства. Вскоре в работах самого Голубчика, Абе, Судзуки, Ли Фуаня, Васерштейна и других была доказана стандартность нормального строения расщепимых классических групп и групп Шевалле, при некоторых ограничениях, типа обратимости двойки и тройки. Большая часть ограничений была снята в работа Абе. Оставшиеся случаи групп маленького ранга были полностью рассмотрены в работах Косты и Келлера. Для обобщенных унитарных групп общий результат до сих пор не опубликован.

Вопросы описания подгрупп групп Шевалле изучались еще Борелем и Титсом в 50-е годы (например, описание параболических подгрупп в группе Шевалле над полем). Особый статус эта проблем приобрела в связи с проектом классификации простых конечных групп и изучением их максимальных подгрупп. Классическим вопросом является описание решетки промежуточных подгрупп L=L(D,G) между группой Шевалле G=G(Ф,A) и некоторой фиксированной подгруппой D. Решетка L называется стандартной, если она разбивается в дизъюнктное объединение ``сэндвичей'' L(E_i,N_i), где i пробегает некоторое множество индексов, а N_i - нормализатор E_i в G. К этому классу можно отнести такие классические результаты, как описание подгрупп группы Шевалле над полем или полулокальным кольцом, содержащих максимальный расщепимый тор, полученые Боревичем, Вавиловым, Кингом, Либеком, Зейтцем и другими авторами. Над произвольным коммутативным кольцом, однако, нетривиальных полупростых элементов может вообще не быть, поэтому есть смысл изучать подгруппы, содержащие некоторую группу унипотентных элементов. В связи с классификацией Ашбахера максимальных подгрупп классических групп над полями, Вавилов выделил несколько классов ``больших'' подгрупп, надгруппы которых можно надеяться описать. И действительно, многочисленные положительные результаты на эту тему были получены Башкировым, Боревичем, Вавиловым, Нужиным, Петровым, Степановым и другими авторами.

Центральность расширения St_n(R)\to E_n(R) была доказана ван дер Калленом при n>3. Недавно Вендт показал, что при n=3 этот результат неверен. Для обобщенной унитарной группы аналогичный результат был анонсирован Танг Гуопингом в середине 90-х годов на семинаре в Билефельдском университете, но доказательства так и не появилось. Настоящий прорыв в этом направлении был совершен в самое последнее время учениками Вавилова, Лавреновым и Синчуком. А именно, они доказали центральность расширения St(Ф,R)\to E(Ф,R) для любого коммутативного кольца R и систем корней C_l, D_l и E_l.
Их доказательства тесно связаны со свойством гомотопической инвариантности K_2, доказанной для полной линейной группы Туленбаевым.

В последнее время вновь возник интерес к конструкциям скрученных и сильно скрученных групп типа Ли, отметим, например, серию недавних работ Р. Уилсона, посвященную построению групп Судзуки и Ри как неких групп автоморфизмов и смежным вопросам.

на английском языке

The normality of the elementary subgroup in the general linear group was proved by Suslin in connection with a solusion of Serre's problem. For all Chevalley groups the normality was obtained by Taddei. The standard commutator formulas in the general linear group were established by Vaserstein and, independently, by Borewich and Vavilov. Later by Stein relativization method Vaserstein showed that the standard commutator formulas follow from the normality of the elementary subgroup over a different ring. The multicommutator formula was obtained for the GL by Hazrat and Zhang in 2012, for all Chevalley groups by Stepanov in 2016, and for generalized unitary group of Bak by Hazrat, Vavilov and Zhang (the paper will appear in 2017).

Nilpotent structure of SK_1 over a Noetherian almost commutative ring was obtained by Bak. Later the result was proved for all Chevalley groups by Hazrat and Vavilov. Very recently, Bak, Basu and Rao extended it to generalized unitary groups. A multirelative version of these results for Chevalley groups was obtained by Stepanov in 2016.

The normal structure of the GL under the stable range condition was obtained by Bass in 1964 in his paper that develop foundations to algebraic K-theory. The standardness of the normal structure of the GL

over any commutative ring was proved by J.Wilson and Golubchik. Later Vaserstein and Borewich-Vavilov suggest two different simple proofs of this result. Shortly after that in the works of Golubchik, Abe, Suzuki, Li Fuan, Vaserstein and others the standard normal structure was extended for classical and for Chevalley groups under the condition of invertibility of the structure constants. This restrictions were removed by Abe. The remaining cases for groups of small rank were considered by Costa and Keller. For generalized unitary groups the result is not published yet.

Description of subgroups of Chevalley groups were studied already by Borel and Tits in 50th; e.g. description of parabolic subgroups in a Chevalley group over a field. The problem got a new life in connection with the maximal subgroup classification project in simple finite groups. A classical problem is a description of the lattice L=L(D,G) of subgroups of a Chevalley group G=G(Φ,A), contaning a given subgroup D. The lattice L is called standard if it splits into a disjoint union of ``sandwiches'' L(E_i,N_i), where i ranges over an index set and N_i is the normalizer of E_i in G. This class of problems contains such classical results as a description of subgroups of
a Chevalley group over a field or a local ring, containing a maximal split torus obtained by Borewich, Vavilov, King, Liebeck, Seitz and others.

However, over an arbitrary ring there is a lack of semilimple elements. Therefore, over general rings it makes sense to consider subgroups, containing a group generated by unipotents. In view of Aschbacher classification of maximal subgroups in finite classical groups over fields, Vavilov introduced several classes of ``big'' subgroups, for which one can hope to describe their overgroups. Indeed, there were a number of results in this area obtained by Bashkirov, Borewich, Vavilov, Nuzhin, Petrov, Stepanov and others.

Centrality of the extension St_n(R)\to E_n(R) (centrality of K_2) was proved by van der Kallen with n>3. Recently Wendt showed that the result fails for n=3. For Bak's unitary group the result was announced by Tang Guoping at mid 90th but the proof has not appeared
yet. A real breakthrough in the problem was made by Vavilov's students Lavrenov and Sinchuk who proved the centrality of K_2(Φ,R) over any commutative ring R and root systems C_l, D_l, and E_l. Their proofs are closely related to the homotopy invariance of K_2, which was proved for the GL by Tulenbaev.

Recently the interest to constructions of skew and strongly skew groups of Lie type appears again. Let us mention a series of recent paper by R.Wilson devoted to constructions of Suzuki and Ree groups as certain automorphism groups.

4.6. Основные мировые научные конкуренты

Исследования в области структуры редуктивных групп в настоящее время ведутся во многих научных центрах. В том, что касается редуктивных групп над произвольными полями и маломерными кольцами, наиболее сильные группы работают во Франции (Париж, Гренобль, Лион), США (Принстон, Гарвард, Йель, Чикаго, Лос Анжелес), Германии (Билефельд, Бонн, Майнц и т.д.), Канаде (университет Альберта, Эдмонтон), Японии (Киото) и других центрах.

В том, что касается структуры классических (в частности, обобщенных унитарных) групп, следует отметить большое количество занимающихся этим исследовательских групп в Китае (Academia Sinica, Beihang University, Beijing Institute of Technology, Harbin Institute of Technology, China University of Science and Technology в Хефее, Nanjing University, Suzhou University и дальнейшие группы в Шанхае, Даляне и т.д.), с некоторыми из которых мы сотрудничали в рамках проектов РФФИ, в первую очередь в области развития локализационных методов, а с другими находимся в

чисто конкурентных отношениях. Чрезвычайно активные и многочисленные школы имеются также в Индии (Тата Институт в Мумбае, IISER в Пуне, ISI в Бангалоре, Институт Математики в Ченнае и т.д.), а также отдельные группы в других странах, Австралия (Univ. Western Sydney), Испания (Univ. Autonoma Madrid), и др.

4.7. Предлагаемые методы и подходы, общий план работы на весь срок выполнения проекта и ожидаемые результаты *(объемом не менее 2 стр.; в том числе указываются ожидаемые конкретные результаты по годам; общий план дается с разбивкой по годам)*

на русском языке

Пусть K - коммутативное кольцо, а C - категория с фиксированным ``забывающим'' функтором F в категорию K-алгебр и операцией тензорного произведения на K-алгебру. Таким образом определена локализация и понятие размерности. Рассмотрим функтор G из C в категорию групп представимый объектом A. Определим главное открытое подмножетсво в G, как функтор, представимый главной локализацией объекта A, а открытое покрытие - как набор главных открытых множеств, соответствующих унимодулярному набору элементов. Определим элементарную подгруппу в G, как функтор, сохраняющий ``сюрьективные'' морфизмы и совпадающий с G над нульмерными объектами (здесь мы строим аналог односвязной группы Шевалле, для неодносвязных групп потребуется определить аналог расщепимого максимального тора). Потребовав выполнение некоторых технических условий, из которых следуют принципы расщепления и избавления от знаменателей, на этом пути можно определить функторы, близкие по своим свойствам к расщепимым редуктивным группам.

Предполагаемые доказательства коммутационных формул основаны на статье Степанова о методе универсальной локализации. Основой доказательств служит следующая идея. Элементарная группа заменяется на чуть большую группу, для которой существует ``версальный'' элемент (в отличие от универсального или общего элемента, версальный элемент не обязательно единственный), после чего появляется универсальный объект для данной формулы, как тензорное произведение универсальных объектов для элементов, входящих в эту формулу. В универсальном объекте работает принцип расщепления, поэтому там можно использовать классическую локализацию и избавление от знаменателей. После доказательства формулы для версальных элементов, она проектируется в формулу для произвольных элементов над произвольным объектом. Еще одним бонусом этого доказательства является то, что длина записи [мульти]коммутатора в любой функториальной системе образующих не превосходит длины версального коммутатора. Аналогичные рассуждения работают и для мульти-коммутационной формулы, обобщающей нильпотентность K_1.

Идея доказательства стандартности нормального строения также основана на работе с общим элементом и следует работе Степанова о нормальном строении групп Шевалле. Аналогичная идея используется и для описания решетки подгрупп в G(R), содержащих D(R) в следующей ситуации. Пусть G(R) - группа Шевалле, а D(R) - образ элементарной подгруппы некоторой другой группы Шевалле (например, подгруппы G(R)=SL_{2n}(R), содержащие D(R)=ESp_{2n}(R)). Предположим, что над любым полем F группа D(F) является почти максимальной в G(F) (точнее, ее нормализатор является максимальным в элементарной подгруппе группы G(F)). В этом случае стандартным является следующее описание решетки подгрупп между D(R) и G(R).

Для любой подгруппы H\le G(R), содержащей D(R) существует единственный идеал I кольца R такой, что D(R)E(R,I)\le H\le N(R,I), где E(R,I) обозначает относительную элементарную подгруппу группы G(R), а N(R,I) - нормализатор группы D(R)E(R,I) в G(R).

Это описание следует из трех вычислений: вычисление уровня; доказательство того, что транспортер из D(R)E(R,I) в N(R,I) равен N(R,I); и извлечения унипотента из общего элемента g\in G(A) группы G (здесь A обозначает аффинную алгебру группы G). Действительно, если в подгруппе, порожденной g и D(A) существует элементарный унипотентный элемент x_\alpha(a), то либо в подгруппе H найдется элемент h для которого h(a)\ne 0, и тогда H содержит нетривиальный корневой унипотент, либо H содержится в замкнутой подсхеме, соответствующей идеалу aA. Во втором случае из условия почти максимальности D(F) над любым полем F следует, что H исчезает по модулю любого максимального идеала и следовательно лежит в конгруэнцподгруппе уровня радикала Джекобсона. В этом случае стандартные рассуждения показывают, что H содержит нетривиальный корневой унипотент. Таким образом, любая нецентральная подгруппа между D(R) и G(R) содержит элементарный корневой унипотент, откуда с помощью вычисления уровня и транспортера можно доказать стандартность рассматриваемой решетки.

У нас также есть идеи для доказательства необходимого свойства транспортера из общих соображений, нильпотентного строения K_1 и описания автоморфизмов группы Шевалле над кольцом.

Как показал Степанов в работе о теорме сэндвич классификации, описание подгрупп в G(R), нормализуемых D(R), следует из стандартного строения решетки подгрупп в G(R), содержащих D(R), и описания нормального строения групп D(R)E(R,I). Правда вычисление уровня нормальных подгрупп в D(R)E(R,I) является нетривиальной проблемой, как показано в неопубликованной работе Вавилова уже для случая G=GL_n, а D=EO_n или ESp_n.

Еще одно направление - группы неподвижных точек автоморфизмов линейных алгебраических групп. Для групп над полями многие такие группы, называемые скрученными, в действительности являются разностно-алгебраическими, то есть задаются полиномиальными формулами от переменных и их образов под действием некоторого автоморфизма базового кольца, и тем самым могут рассматриваться как значения представимого функтора на некоторой категории алгебр с автоморфизмом. В случае малой характеристики возникают также нестандартные автоморфизмы, дающие в качестве групп неподвижных точек, в частности, группы Судзуки и Ри. Естественно возникающая задача - развить теорию групп неподвижных точек нестандартных автоморфизмов линейных групп над кольцами.

Для завершения доказательства центральности расширения St(Φ,R)\to E(Φ,R), т.е. центральности K_2(Φ,R) в группе Стейнберга, осталось расмотреть случаи Φ=B_l и Φ=F_4 (для Φ=G_2 результат скорее всего неверен, также как для Φ=A_2).
В обоих случаях предполагается использовать ``другое представление'' группы Стейнберга с помощью разложения унипотентов также, как сделано в работе Лавренова для Φ=C_l. В качестве первого шага мы построим ``другое представление'' для Φ=D_l, т.е. в том случае, когда центральность K_2 уже известна благодаря работе Лавренова и Синчука, где она доказана путем склейки групп типа A_3 при помощи амальгамированного произведения. Те же идеи планируется применить для доказательства гомотопической инвариантности функтора K_2(Φ,-).

PC-отображением называется биекция, сохраняющих операцию коммутирования. Описание PC-отображений группы унитреугольных матриц UT(n,F) на себя, где F - поле, а n - натуральное число или бесконечность, было недавно получено в работах китайских и польских математиков с точностью до почти тождественных отображений, т.е. отображений, сохраняющих элементарные трансвекции. В совместной работе с Голубовским Степанов доказал, что почти тождественное PC-отображение - это умножение на элемент центра. В частности, если n=\infty, то любое почти

тождественное отображение тождественно. Из этого следует, что любое PC-отображение группы UT(\infty, F) на себя является автоморфизмом. В рамках настоящего проекта мы планируем перенести эти результаты на унипотентный радикал борелевской подгруппы произвольной группы Шевалле, заменить поле F на коммутативное кольцо и изучить с теоретико-групповых позиций PC-отображения нильпотентных групп. Для этого будут применяться метод локализации и техника элементарных вычислений в группах Шевалле, развитая в работах Стайна, Таддеи, Суслина, Васерштейна, ван дер Каллена, Вавилова, Степанова и других авторов.

В первый год выполнения проекта мы планируем сделать следующее.
-- Определить функторы, близкие по своим свойствам к расщепимым редуктивным группам.
-- Доказать нормальное строение изотропных редуктивных групп.
-- Доказать стандартность решетки подгрупп между D(R) и G(R) в ситуации, описанной выше, сформулировав достаточные условия для этого.
-- Проверить эти условия для внешнего квадрата E_n(R) в GL_{C_n^2}(R).
-- Определить аналоги групп Судзуки и Ри над кольцами, включив их в общий контекст.
-- Получить ``другое представление'' группы Стейнберга для Φ=D_l.
-- Получить первые результаты для групп Каца-Муди, хотя бы над бесконечными полями.
-- Изучить PC-отображения унипотентного радикала борелевской подгруппы ортогональной или симплектической группы.

Во второй год выполнения проекта будут проведены следующие исследования.
-- Проверка, что известные группы, заданные сравнениями, удовлетворяют нашему определению.
-- Доказательство коммутационных формул, исходя из найденного определения.
-- Изучение условий для стандартного нормального строения групп, близких к расщепимым редуктивным группам.
-- Проверка условий стандартности решетки подгрупп между D(R) и G(R), найденных ранее, для тензорного произведения E_n(R)\otimes E_m(R) в GL_{mn}(R).
-- Изучение возможности переноса методов доказательства стандартности решетки подгрупп между D(R) и G(R) на случай, когда D является аналогом клеточно-диагональной элементарной группы (subsystem subgroup).
-- Исследовать аналоги групп Судзуки и Ри над кольцами.
-- Изучить гомотопическую инвариантность функтора K_2(Φ,-) для различных систем корней.
-- Изучить нормальное строение групп Каца-Муди над кольцами.
-- Изучить PC-отображения унипотентного радикала борелевской подгруппы различных групп Шевалле на полями и кольцами.

Третий год выполнения проекта будет посвящен следующим вопросам.
-- Доказательство стандартности нормального строения групп, близких к расщепимым редуктивным группам.
-- Рассмотреть другие ситуации, в которых возможна стандартность решетки подгрупп между D(R) и G(R), например, подгруппы GL_{mn}(R), содержащие образ E_n(S), где S - R-алгебра, являющаяся свободным R-модулем ранга m.
-- Продолжить изучение аналогов групп Судзуки и Ри над кольцами.
-- Закончить доказательство центральности K_2 для всех систем корней.
-- Продолжить изучение групп Каца-Муди над кольцами.
-- Изучить PC-отображения нильпотентных групп с теоретико-групповых позиций.

на английском языке

Let K be a commutative ring and C a category with a fixed ``forgetful'' functor F to the category of K-

algebras and with an operation of tensor product by a K-algebra. This data defines notions of localization and a dimension of C. Consider a group valued functor G on C representable by an object A. Define a principle open subset of G as a functor representable by a principle localization of A. Define an open cover as a set of principle open subfunctors, corresponding to a unimodular sequence of elements of F(A). Define the elementary group of G as a group valued functor on C that preserve ``surjective'' morphisms and coincides with G over a zero dimensional objects
(here we describe an analog of a simply connected Chevalley group, for other types one should define a counterpart of a split maximal torus). Under some technical conditions that imply dilation and splitting principles we can define functors that are quite similar to split reductive groups.

Expected proofs of the commutator formulas base of Stepanov's paper on the universal localization method. The core of the proof is the following idea. The elementary group is substituted by a slightly bigger group which has a versal element (unlike universal, a versal element is not necessarily unique). This results in existence of a versal object for a formula. It is just a tensor product of versal objects for all entries of a given formula. In the versal object one can use the splitting principle, therefore it is possible to use usual localization procedure and clearing denominators via the dilation principle. After the proof of the formula for the versal elements one projects it to the formula with arbitrary entries over an arbitrary object. One more advantage of this proof is that the length of the [multi]commutator in any functorial generating set is not bigger than the length of the versal commutator. Similar arguments work also for the multicommutator formula, generalizing the nilpotency of K_1.

The idea of the proof of the standard normal structure also bases on the manipulation with a generic element and follows Stepanov's paper on the normal structure of Chevalley groups. Let us describe a similar idea for the desription of subgroup lattice of G(R) contaning D(R) in the following settings. Let G(R) be a Chevalley group and D(R) the image of the elementary subgroup of another Chevalley group (e.g., subgroups of G(R)=SL_{2n}(R), containing D(R)=ESp_{2n}(R)). Suppose that over a field F the group D(F) is almost maximal in G(F) (i.e., its normalizer is maximal in the elementary subgroup of G(F)). In this case the standard structure of the subgroup lattice between D(R) and G(R) looks as follows.

Given a subgroup H\le G(R), containing D(R), there exists a unique ideal I of R such that D(R)E(R,I)\le H\le N(R,I), where E(R,I) denotes the relative elementary subgroup, of G(R) and N(R,I) stands for the normalizer of D(R)E(R,I) in G(R).

The description follows from three computations: level computation, proof that the transporter from D(R)E(R,I) to N(R,I) equals N(R,I); and extraction of a unipotent from the generic element g\in G(A) of G (here A denotes the affine algebra of G). Indeed, if the subgroup generated by g and D(A) there exists an elementary unipotent element x_\alpha(a), then either there is h\in H such that
для которого h(a)\ne 0, and then H contains a nontrivial root unipotent, or H is contained in the closed subscheme, corresponding to the ideal aA. In the latter case the almost maximality of D(F) over any field F implies that H belongs to the normalizer of D(F) in G(F).
Hence, H\le D(R)G(R,J), where J is the Jacobson radical of R, and the standard arguments show that H\le N(R,0) (in which case it is contained in a standard sandwich) or it contains root unipotent. Thus over all rings any nonstadard subgroup contains a root uniotent element. Modulo computaion of levels and transporters this completes the proof.

We also have ideas how to prove the requred property of a transporter starting from the nilpotent structure of K_2 and description of automorphisms of Chevalley groups.

In his paper on sandwich classification theorem Stepanov showed how to deduce the structure of the lattice of subgroups in G(R), normalized by D(R), from the standard structure of the lattice of subgroups

in G(R), containing D(R) and the normal structure of the groups D(R)E(R,I). However, Vavilov (unpublished) showed that level computaion for normal subgroups of D(R)E(R,I) is highly nontrivial already if G=GL_n, and D=EO_n or ESp_n.

Another direction is the study of fixed points of an algebraic group automorphism. For groups over fields such groups are called groups of skew type. actually they are difference-algebraic groups, i.e. they are defined by a polynomial equations depending of variables and their images under an automorphism of the base ring. Therefore, the groups can be considered as values of a representable functor from a category of algebras with automorphisms. In case of nonstandard automorphisms in small characteristic one obtaines Suzuki and Ree groups. Then, a natural problems is develop a theory of fixed points of nonstandard linear group automorphisms.

To finish the proof of the centrality of K_2(Φ,-) it remains to consider the cases Φ=B_l и Φ=F_4 (for Φ=G_2 the result should fail as well as it fails for Φ=A_2). In both cases we expect using ``another presentation'' of Steinberg group via decomposition of unipotents, i.e. the technique similar to the proof for Φ=C_l obtained by Lavrenov. As a first approach we plan to construct ``another presentation'' for Φ=D_l, although in these case the centrality of K_2 is already proved by Lavrenov and Sinchuk. In the latter prove the result was obtained by gluing of pieces of type A_3 via amalgamated product. Similar ideas are expected to work for the homotopy invariance of the functor K_2(Φ,-).

A PC-map is a bijection, preserving commutators (in fact it does not preserve commutators, it preserve the operation of commuting elements, but the expression above is frequently used in this sense). A description of PC-map of the unitriangular group UT(n,F) onto itself, where F is a field and n is a natural number or infinity, was recently obtained in works of Chinese and Polish mathematicians up to an almost identity maps. An almost identity map is a map preserving elementary transvections. In a joint paper with Holubowski, Stepanov proved that an almost identity PC-map is a multiplication by a central element. In particular, if n=\infty, then any almost identity map is identity. It follows that any PC-map of UT(\infty, F) onto itself is an automorphism. In frames of the current project we plan to extend these results for PC-maps of a Borel subgroup uipotent radical of an arbitrary Chevalley group, substitute the field F by a ring, and to study group-theoretical aspects of PC-maps on nilpotent groups. For we intend use elementary calculus and localization techniques developed by Stein, Taddei, Suslin, Vaserstein, van der Kallen, Vavilov, Stepanov, and others.

During the first year of the project we plan to do the following.
-- To define functors similar to split reductive groups.
-- To prove the normal structure of isotropic reductive groups.
-- To prove the standardness of the subgroup lattice between D(R) and G(R) in the situation described above, and to formulate sufficient conditions for this.
-- To verify these conditions for the external square of E_n(R) in GL_{C_n^2}(R).
-- To define analogs of Suzuki and Ree groups over rings and include them into the general context.
-- To obtain the ``another presentation'' of the Steinberg group for Φ=D_l.
-- To get some results on Kac-Moody groups.
-- To study PC-maps on the unipotent radical of the Borel subgroup of orthogonal or symplectic group.

During the second year we shall study the following problems.
-- To verify that known groups defined by congruences satisfy our definition.
-- To prove the commutator formulas using our definition.
-- To study sufficient conditions for the standard normal structure of groups that are similar to split reductive groups.
-- To verify conditions for the standardness of the subgroups lattice between D(R) and G(R), introduced

above, for the tensor product E_n(R)\otimes E_m(R) in GL_{mn}(R).
-- To study a possibility to extend our method for the subgroup lattice for the case where D is a ``subsystem subgroup''.
-- To study the analogs of Suzuki and groups over rings.
-- To study the homotopy invariance of K_2(Φ,-) for various root systems.
-- To study the normal structure of Kac-Moody groups over rings.
-- To study PC-maps on the unipotent radical of the Borel subgroup of various Chevalley groups over rings and fields.

The third year of the project will be devoted to the following problems.
-- Proof of the standard normal structure of groups that are similar to split reductive groups.
-- Consider various situations, where we can try to obtain a standard description of the subgroup lattice between D(R) and G(R).
-- To continue the study of Suzuki and Ree groups analogs over rings.
-- To finish the proof of centrality of K_2 for all root systems.
-- To continue the study of Kac-Moody groups over rings.
-- To study group-theoretical aspects of PC-maps on nilpotent groups.

4.8. Имеющийся у научного коллектива научный задел по проекту *(указываются полученные ранее результаты, разработанные программы и методы)*

Идея рассматривать группы, заданные сравнениями, как представимые функторы, была заимствована у А.Бака в 2011 году во время визита Степанова в Билефельдский университет. С тех пор много усилий было приложено к тому, чтобы получать результаты о строении групп Шевалле исходя из нескольких ключевых уверждений, среди которых принцип расщепления, принцип избавления от знаменателей, разложение Гаусса и наличие общего элемента. Ясно, что эти условия могут быть сформулированы в гораздо более общей ситуации. Более того, неявно они уже применялись для обобщенных унитарных групп.

В докторской диссертации Степанова все коммутационные формулы были получены только на основании вышеперечисленных утверждений, а в работе 2016 года аналогичным образом была доказана стандартность нормального
строения групп Шевалле. Мы уверены, что при подходящем определении можно будет обобщить эти результаты на широкий класс групповых функторов, содержащий, в частности, обобщенные унитарные группы.

Вавилов, Степанов и Лавренов много занимались задачей центральности K_2. В частности, Вавилов и Степанов предложили идею доказательства центральности с помощью разложения унипотентов, которой блестяще воспользовался Лавренов для симплектического K_2. В настоящий момент Лавренов и Синчук владеют ``ноу-хау'' для получения результатов о центральности и гомотопической инвариантности K_2.

В 2013–2015 годах Смоленским была развита техника явных матричных вычислений в скрученных и сильно скрученных группах, позволившая получить их точные факторизации. Эта техника дает надежду определить аналоги групп Судзуки и Ри над кольцами и успешно изучать их строение.

Работы Вавилова по использованию диаграмм Дынкина и весовых диаграмм для явных вычислений в группах Шевалле дают основания надяться, что эти механизмы могут быть использованы для работы с группами Каца-Муди.

При изучении решетки подгрупп группы Шевалле G(R), содержащих образ D(R) элементарной подгруппы некоторой другой группы Шевалле (например, подгруппы G(R)=SL_{2n}(R), содержащие D(R)=ESp_{2n}(R)). До сих пор использовалась во основном техника разложения унипотентов. При этом ключевую роль играло утверждение о том, что любая образующая группы D(R) раскладывается в произведение ``хороших'' унипотентных элементов. Также как и в опубликованной работе про нормальное строение групп Шевалле, Степанов показал, что при некоторых естественных предположениях достаточно иметь хотя бы один ``хороший'' унипотентный элемент. Эта работа пока не закончена и будет продолжена в рамках проекта. При этом опыт работы с решеткой подгрупп имеет Щеголев (subsystem subgroups в классических группах), Лубков (надгруппы внешнего квадрата) и Вавилов (весь спектр задач), что несомненно будет полезно для улучшения и приложений результата Степанова.

4.9. Перечень оборудования, материалов, информационных и других ресурсов, имеющихся у научного коллектива для выполнения проекта *(в том числе – описывается необходимость их использования для реализации проекта)*

Коллектив обеспечен персональными компьютерами, необходимыми для написания статей, доступом в интернет, в частности, к реферативным базам данных MathSciNet и Zentralblatt и к содержанию ведущих математических журналов.

4.10. План работы на первый год выполнения проекта *(в том числе указываются запланированные командировки по проекту)*
на русском языке

В течении 2017 года мы планируем сделать следующее.
1. Определить функторы, близкие по своим свойствам к расщепимым редуктивным группам.
2. Доказать нормальное строение изотропных редуктивных групп.
3. Сформулировать достаточные условия для стандартности решетки подгрупп между D(R) и G(R) в ситуации, когда D(F) является почти максимальной подгруппой G(F) над любым полем F.
4. Проверить эти условия для внешнего квадрата E_n(R) в GL_{C_n^2}(R).
5. Определить аналоги групп Судзуки и Ри над кольцами, включив их в общий контекст.
6. Получить ``другое представление'' группы Стейнберга для Φ=D_l.
7. Получить первые результаты для групп Каца-Муди, хотя бы над бесконечными полями.
8. Изучить PC-отображения унипотентного радикала борелевской подгруппы ортогональной или симплектической группы.

Командировки в первый год работы по проекту не планируются.

на английском языке

During the year 2017 we plan to do the following.
1. To define functors similar to split reductive groups.
2. To prove the normal structure of isotropic reductive groups.
3. To formulate sufficient conditins for the subgroup lattice between D(R) and G(R) in the situation, where D(F) is an almost maximal subgroup of G(F) over any field F.
4. To verify these conditions for the external square of E_n(R) in GL_{C_n^2}(R).
5. To define analogs of Suzuki and Ree groups over rings and include them into the general context.
6. To obtain the ``another presentation'' of the Steinberg group for Φ=D_l.
7. To get some results on Kac-Moody groups.

8. To study PC-maps on the unipotent radical of the Borel subgroup of orthogonal or symplectic group.

4.11. Планируемое на первый год содержание работы каждого основного исполнителя проекта *(включая руководителя проекта)*

Задача 1 из предыдущего пункта является одной из ключевых точек проекта. Поэтому она будет изучаться всем коллективом. Планируется обмениваться мнениями на еженедельном семинаре, посвященном именно этой задаче.
Задача 2 будет решена Степановым.
Задача 3 будет изучаться Лубковым и Щеголевым под руководством Вавилова и Степанова.
Задачей 4 будет заниматься Лубков.
Задача 5 входит в компетенцию Смоленского.
Исследования по задаче 6 будут в основном проводиться Лавреновым,
а по задаче 7 - Вавиловым.
Задача 8 будет изучаться Степановым и Щеголевым.

4.12. Ожидаемые в конце первого года конкретные научные результаты *(форма изложения должна дать возможность провести экспертизу результатов и оценить степень выполнения заявленного в проекте плана работы).*

на русском языке

К концу первого года выполнения проекта мы рассчитываем решить все задачи, сформулированные в пункте ``План работы на первый год выполнения проекта''. По задаче 8 ожидается получить частичные результаты, аналогичные результатам для PC-отображений обычной верхнетреугольной группы. Все полученные результаты будут оформлены в виде препринтов ArXiV.org и поданы в различные журналы. Маловероятно, что хотя бы одна из работ будет опубликована до конца 2017 года, так как на даже на принятие статьи к публикации в хорошем журнале уходит не меньше 6 месяцев.

на английском языке

At the end of the first year of the project we plan to solve all problems formulated in ``Workplan for the first year''. About Problem 8 we plan to get partial results. All the results will be published as arXiv.org preprints and submitted to journals. Probably no papers will be published as in a good journal the publication time is at least 6 months.

4.13. Перечень планируемых к приобретению за счет гранта оборудования, материалов, информационных и других ресурсов для выполнения проекта *(в том числе – описывается необходимость их использования для реализации проекта)*

Приобретение дополнительных ресурсов не предполагается

4.14. Файл с дополнительной информацией 1

С графиками, фотографиями, рисунками и иной информацией о содержании проекта. В формате pdf, до 3 Мб. Текст в файлах с дополнительной информацией должен приводиться на русском языке. Перевод на английский язык требуется в том случае, если заявитель оценивает данную информацию существенной для эксперта.

скачать...

4.15. Файл с дополнительной информацией 2 *(если информации, приведенной в файле 1 окажется недостаточно)*

С графиками, фотографиями, рисунками и иной информацией о содержании проекта. В формате pdf, до 3 Мб.
скачать...

Подпись руководителя проекта _____**/А.В. Степанов/**

Форма 5. Запрашиваемое финансирование на 2017 год

5.1. Планируемые расходы по проекту

№ п.п.	Направления расходования гранта	Сумма расходов (тыс.руб.)
	ВСЕГО	5000
	Вознаграждение членов научного коллектива (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды, без лиц категории «вспомогательный персонал»)	4500
	Вознаграждение лиц категории «вспомогательный персонал» (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	0
1	Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	4500
2	Оплата услуг сторонних организаций на выполнение научного проекта (не более 15 процентов от суммы гранта)	0
3	Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пуско-наладку, обучение сотрудников и ремонт)	0
4	Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования	0
5	Иные расходы для целей выполнения проекта	0
6	Накладные расходы организации (не более 10 процентов от суммы гранта)	500

5.2. Расшифровка планируемых расходов

№ п.п.	Направления расходования средств гранта, расшифровка
1	Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды) (указывается сумма вознаграждения (включая руководителя, основных исполнителей и иных исполнителей, привлекаемых к выполнению работ по проекту), включая установленные законодательством Российской Федерации гарантии, отчисления по страховым взносам на обязательное пенсионное страхование, на обязательное медицинское страхование, на обязательное социальное страхование на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством, на обязательное социальное страхование от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний) Степанов 1000 Вавилов 900 Смоленский 700 Щеголев 700 Лавренов 700 Лубков 500 (в тыс. руб.)
2	Оплата услуг сторонних организаций на выполнение научного проекта (приводится перечень планируемых договоров (счетов) со сторонними организациями с указанием предмета и суммы каждого договора) 0
3	Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пуско-наладку, обучение сотрудников и ремонт) (представляется перечень планируемых к закупке оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования) 0

4 Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования

(представляется расшифровка запланированных материалов и комплектующих)

0

5 Иные расходы для целей выполнения проекта

(приводятся иные затраты на цели выполнения проекта, в том числе на командировки, оплату услуг связи, транспортных услуг, расходы не расшифровываются)

0

Подпись руководителя проекта _____/**А.В.Степанов**/

Подпись руководителя организации (уполномоченного представителя, действующего на основании доверенности), **печать организации**.

В случае подписания форм заявки уполномоченным представителем организации к печатному экземпляру заявки прилагается доверенность (копия доверенности, заверенная печатью организации).

_____/_____/

М.П.